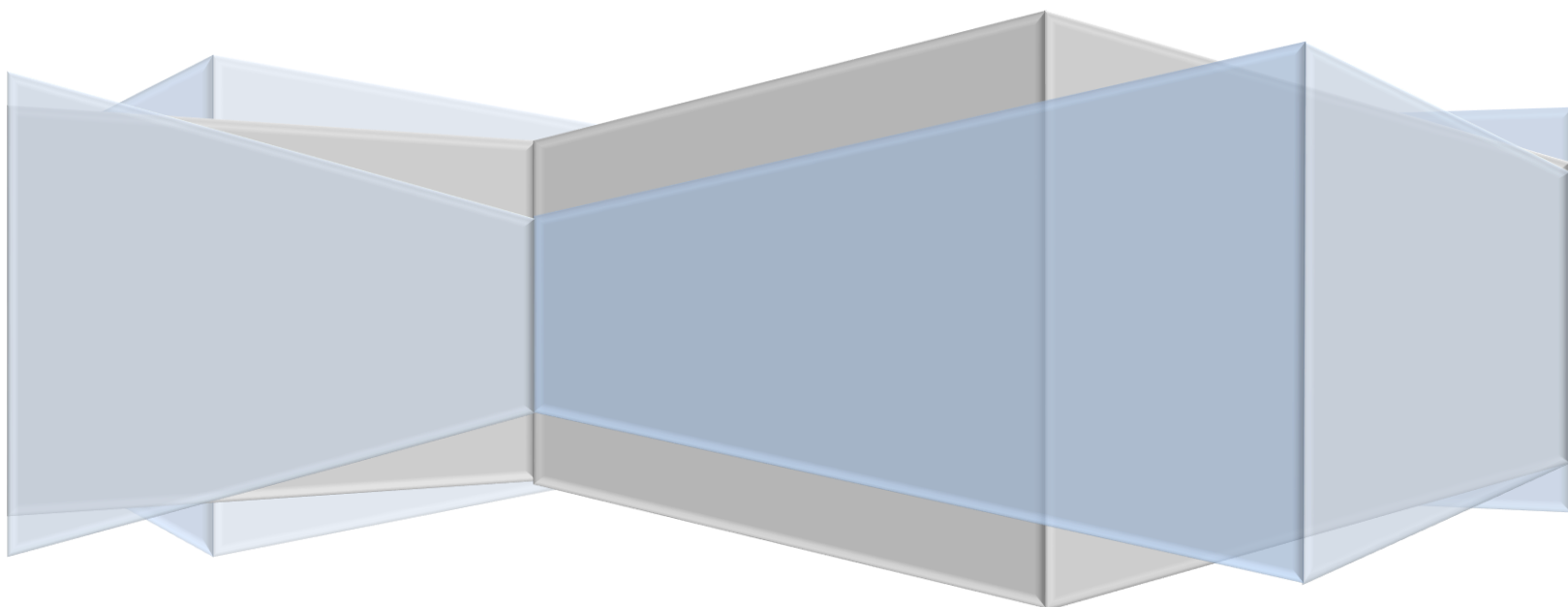


# الفصل الرابع

## صياغة العناصر المحددة



## الفصل الرابع

### صياغة العناصر المحددة

#### ١,٤ تمهيد

طريقة العناصر المحددة هي خطوات عديدة يمكن تطبيقها للوصول إلى نتائج لمختلف المسائل الهندسية ، وقد أصبحت أداة فعّالة لتحليل الإجهادات وتقنياتها أصبحت تُستخدم في التحليل الخطي وغير الخطي لمنشآت الخرسانة المسلحة.

في المراحل المبكرة من استخدام طريقة العناصر المحددة تم التركيز على التمثيل ثنائي الأبعاد (*Two Dimensional model*) ، ولكن سرعان ما تطورت لتشمل الصفائح ، القشريات والعنّبات وفي حالات عامة من التحميل .

وعلى الرغم من حقيقة أن التحليل ثنائي الأبعاد يُعطي نتائج كافية وكفوءة في العديد من المسائل ، فإن التحليل ثلاثي الأبعاد يوفر تمثيل أفضل للتصرف غير الخطي للمواد في المنشآت الخرسانية المسلحة .

في أي تحليل ثلاثي الأبعاد للعناصر المحددة يكون التصرف لأي عضو إنشائي تحت الأحمال مُعتمداً وإلى درجة كبيرة على سلوك المادة المكونة لهذا العضو الإنشائي . وفي الخرسانة المكونة من مواد مختلفة ، الخرسانة وحديد التسليح يعملان كنظام مركب (*Composite*) الحديد فيها مادة موحدة الخواص لها منحنى الإجهاد-الإنفعال نفسه في كلا حالتي الشد و الإنضغاط بينما الخرسانة وكما هو معروف متغيرة الخواص وتعتمد بدرجة كبيرة على خواص كل مكون من مكوناتها . لذا فإن طريقة الحل اللاخطي بالعناصر المحددة يُمكن أن تُستخدم للتنبؤ بسلوك المنشآت الخرسانية و الفولاذية في المراحل المرنة و اللدنة و أحمال التشقق و أحمال ما بعد التشقق والحمل الأقصى .

في هذه الدراسة سيُستخدم لتحليل النماذج الخرسانية برنامج لاخطي لتحليل العناصر المحددة ثلاثي الأبعاد (*ANSYS+CivilFEM*) . ونظراً لأن تصرف أي عضو إنشائي تحت الأحمال وكما تم ذكره يعتمد وإلى درجة كبيرة على خصائص المواد وتصرفها فسيتم في هذا الفصل شرح كيفية تمثيل و نمذجة تلك المواد في البرنامج .

النظام التحليلي (*ANalysis SYStem*) هو المعنى للبرنامج المعروف *ANSYS* المتخصص في تحليل العديد من التطبيقات الهندسية بطريقة العناصر المحددة ، ومنها : الإنشاءات، مسائل المتعلقة بالفضاء ، والمسائل النووية ، و إنه أداة فاعلة يُمكن إستخدامها في مختلف المسائل بالسلوك الخطي أو اللاخطي وغير ذلك من المجالات التطبيقية . وهذا البرنامج هو برنامج شامل على أكثر من (١٠٠٠٠٠) نوع من المدونات وعلى أكثر من (١٨٠) نوع مختلف من العناصر وقادر على التحليل الساكن و الديناميكي وانتقال الحرارة جريان الموائع والتحليل الكهرومغناطيسي .

واحدى محاسن هذا البرنامج هي المراحل الثلاثة في تحليل العناصر المحددة وهي : (١) المعالجة المسبقة (*Preprocessor*) (/PREP)، (٢) الحل (*Solution*) (/SOL) ، (٣) المعالجة اللاحقة (*Postprocessor*) (/POST) .

وتشمل المعالجة المسبقة تعريفات العناصر المحددة المناسبة والثوابت الحقيقية والخواص المادية ، وإنشاء النموذج و التحكم بالشبكة و الشروط الحدية و الاحمال .

أما بالنسبة الى وحدة الحل فتشمل اختيار نوع طرائق الحل المناسبة و التحكم بها ، كذلك يمكن تعريف الاحمال و الشروط الحدية في هذه الوحدة ، وبعدئذ يتم البدء بتنفيذ الحل ، وبعد اتمام الحل يأتي دور وحدة المعالجة اللاحقة في عرض النتائج و تسجيل البيانات وأيضا امكانية اظهار الرسومات البيانية من تشوهات وتوزيع الإجهادات و الإنفعالات و الفشل وغير ذلك .

برنامج الهندسة المدنية بطريقة العناصر المحددة (*Civil Finite Element Method*) الذي يعرف بـ *CivilFEM* هو احد البرامج الجاهزة و المتطورة التي تضاف لتعمل ضمن بيئة البرنامج الرئيس *ANSYS* (*APDL*) والذي قدمه (*Ingeciber S.A.*) وهذا البرنامج الملحق متخصص في مسائل الهندسة المدنية المختلفة منها : الهياكل الحديدية ، المنشآت المسلحة وغير المسلحة وكذلك المركبة (*Composite*) ، والمنشآت المسبقة الجهد ، والمنشآت القشرية ، والجسور ، والقرب ، والسدود ، والتصميم الزلزالي (*Seismic Design*) وهندسة الجيو تكنولوجي (*Geotechnical*) من جدران سائدة (*Retaining Walls*) ، واستقرارية المنحدرات (*Slope Stability*) ، وتحليل التسرب (*Seepage*) تسليح التربة (*Reinforced Earth*) وكذلك هندسة الاسس (*Foundations*) من ركائز (*Piles*) وغير ذلك من تطبيقات الهندسة المدنية ، بالإضافة الى تجهيزه المباشر بالمواد من خرسانة ، وحديد انشائي ، وحديد تسليح ، وحديد مسبق الجهد ، وتربة و صخور وكذلك مواد تعريف المستخدم (*User Define*) ، والعديد من المدونات العالمية ، و ايضا بالعناصر المحددة المرتبة وكذلك امكانية استيراد البيانات من برامج

$SAP 2000$  و  $FLAC 3D$  . ويتكون برنامج  $CivilFEM$  أيضا من ثلاث وحدات معالجة رئيسة مناظرة للبرنامج الرئيس  $ANSYS$  المعالجة المسبقة ، والحل والمعالجة اللاحقة ، وهذه الوحدات تتبادل قاعدة البيانات ( $Data Base$ ) من ارسال و استلام بيانات و تحليل ونتائج مع وحدات برنامج  $ANSYS$  . ويتطلب البرنامج  $CivilFEM$  توافقا مع برنامج  $ANSYS$  إذ تم في هذه الدراسة استخدام البرنامجين بالإصدار (١٢) بنظام ويندوز ٣٢ بت ( $ANSYS + CivilFEM V 12.0 Win 32 bit$ ) في تحليل العتبات الخرسانية المسلحة .

### ٣,٤ صياغة العناصر المحددة *Finite Element Formulation*

معادلات التوازن في التحليل اللاخطي ثلاثي الابعاد للمنشآت تحت الاحمال الساكنة تشتق باستخدام مبدأ الشغل الافتراضي ( $Virtual Work$ ). و لكي يكون الجسم القابل للتشوه في حالة توازن، يجب ان يكون الشغل الافتراضي المنجز بفعل القوى الخارجية مساويا للشغل الافتراضي المنجز بفعل القوى الداخلية (طاقة الانفعال الناتجة من الاجهادات الداخلية) <sup>(٩٧)</sup>.

$$\delta W_{int} - \delta W_{ext} = 0 \quad (٤-١)$$

إذ ان:

$\delta W_{int}$  : الشغل الافتراضي الداخلي (طاقة الانفعال)

$\delta W_{ext}$  : الشغل الافتراضي الخارجي (الشغل المنجز بفعل القوى المسلطة)

الشغل الافتراضي الداخلي هو:

$$\delta W_{int} = \int_v \{\delta \epsilon\}^T \{\sigma\} dv \quad (٤-٢)$$

إذ ان:

$\{\delta \epsilon\}$  : متجه الانفعال الافتراضي ( $Virtual strain vector$ ).

$\{\sigma\}$  : متجه الاجهاد الحقيقي ( $Real stress vector$ ).

$dv$  : الحجم المنتهائي في الصغر ( $Infinitesimal Volume$ )

وباستخدام العلاقة العامة للإجهاد- الانفعال، يمكن ايجاد متجه الاجهاد من متجه الانفعال المقابل:

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} \quad (٤-٣)$$

إذ ان:

$[D]$  : مصفوفة الصلابة للمادة (*Material stiffness matrix*) التي تحتوي على تعريف ملائم لخواص المواد.

بعد تعويض قيم  $\{\sigma\}$  من المعادلة (٣-٤) في المعادلة (٢-٤)، نحصل على:

$$\delta W_{int} = \int_v \{\delta \varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} dv \quad (٤-٤)$$

الإزاحات المحلية داخل العنصر  $\{U\}$  مرتبطة بالإزاحات العامة في العقد  $\{a\}$  بدوال استكمال (*Interpolation*) تقريبية تعرف بدوال الشكل:

$$\{U\} = [N] \{a\} \quad (٤-٥)$$

حيث ان:

$[N]$  : مصفوفة دالة الشكل (*Shape function matrix*).

$\{U\}$  : متجه الإزاحات المحلية للعقد في العنصر (*Local displacement*).

$\{a\}$  : متجه الإزاحات العامة للعقد (*Global displacement*).

الانفعالات في العنصر يمكن ان ترتبط بالإزاحات العامة في العقد:

$$\{\varepsilon\} = [B] \{a\} \quad (٤-٦)$$

حيث ان:

$[B]$  : مصفوفة الانفعال - الإزاحة في العقد (*Strain-nodal displacement matrix*) ، المبنية على اساس دالة الشكل للعنصر.

بتعويض قيمة الانفعال من معادلة (٦-٤) في المعادلة (٤-٤) ينتج:

$$W_{int} = \{\delta a\}^T \int_v [B]^T [D] [B] dv . \{a\} \quad (٤-٧)$$

الشغل الخارجي، الذي ينتج بسبب القوى الخارجية المسلطة على العنصر في العقد يمكن ان يحسب بواسطة:

$$W_{ext} = \{a\}^T \{F\} \quad (٤-٨)$$

حيث ان:

$\{F\}$  : القوى المسلطة على العنصر في العقد (Nodal forces applied to the element).

واخيرا بجمع المعادلات (١-٤) و (١-٤) و (١-٤) ينتج:

$$\{\delta a\}^T \int_v [B]^T [D] [B] dv . \{a\} = \{\delta a\}^T \{F\} \quad (٤-٩)$$

من الملاحظ بان المتجه  $\{\delta a\}^T$  يمثل الإزاحات الافتراضية الكيفية (Arbitrary virtual displacement)، ويمكن ان تبسط المعادلة (٩-٤) الى:

$$[K^e] . \{a\} = \{F\} \quad (٤-١٠)$$

حيث ان:

$$[K^e] = \int_v [B]^T [D] [B] dv \quad (٤-١١)$$

$[K^e]$  : مصفوفة الصلابة للعنصر (Element stiffness matrix)

$$dv = dx . dy . dx$$

إن المعادلة (١٠-٤) تمثل معادلة التوازن على اساس عنصر واحد فقط . تبني المصفوفة العامة الاجمالية للمنشأ (The overall stiffness matrix) لكافة العناصر بإضافة مصفوفة الصلابة لكل عنصر، بعد تحويل الاحداثيات المحلية (Local coordinates) الى الاحداثيات العامة (Global coordinates) ، ويمكن كتابة هذه المعادلة بالصيغة الاتية:

$$[K] . \{a\} = \{F^a\} \quad (٤-١٢)$$

حيث ان:

$[K] = \sum_n [K^e]$  : المصفوفة الاجمالية للمنشأ (Overall structural stiffness matrix).

$\{F^a\} = \{F\}$  : متجه الاحمال المسلطة (متجه كل القوى الخارجية) (Vector off applied loads).

$n$  : العدد الكلي للعناصر.

## Material Idealization

## ٤,٤,٤ تمثيل المواد

في هذا الجزء من الفصل سيتم شرح كيفية تمثيل الخرسانة ، حديد التسليح وصفيحة التحميل في المساند ونقاط التحميل وهذا لغرض تمثيل العتبات المفحوصة عملياً في الدراسة الحالية . وتشمل عملية النمذجة إنشاء العقد والعناصر المحددة لتمثيل الحجم والشكل للنموذج .

## Concrete

## ١,٤,٤ الخرسانة

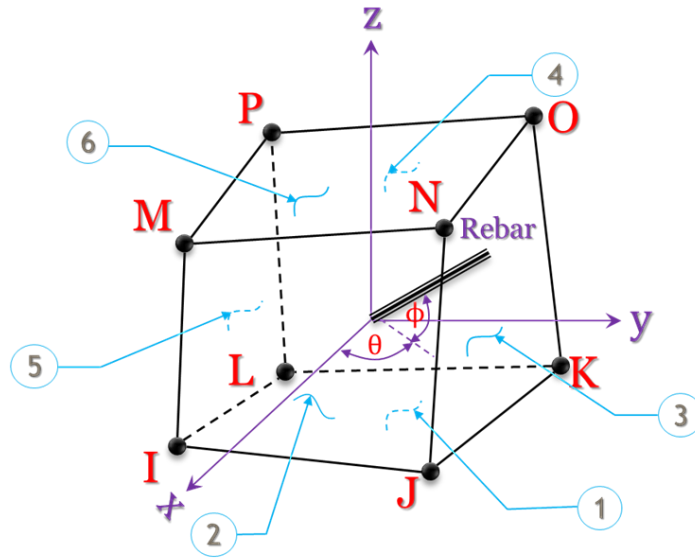
يتيح برنامج *ANSYS* إمكانية استخدام عدد من العناصر الطابوقية ، اذ تم اعطاء كل عنصر منها خصائص تميزه عن العناصر الاخرى ، بالإضافة الى الخصائص الاساسية المشتركة بين تلك العناصر . ومن هذه العناصر الطابوقية العنصر الذي تم إستعماله في هذه الدراسة في نمذجة الخرسانة وهو : العنصر الطابوقي الصلب ٦٥ (*SOLID 65*) ، وتم الاعتماد عليه في هذه الدراسة في التحليل ، وقد تعددت البحوث و الدراسات في استخدامه في تحليل الاعضاء الخرسانية المسلحة او غير المسلحة . يحدد العنصر بثمانية عقد لكل منها ثلاث درجات حرية الحركة (*Degrees of freedom*) تمثل بالإزاحات بالإتجاهات  $(z, y, x)$ .

العنصر الصلب ٦٥ هو عنصر طابوقي يستعمل لنمذجة الخرسانة المسلحة الثلاثية الابعاد مع /او بدون حديد تسليح (*Rebar*) كما في الشكل (٤-١) ، وأيضا تمثيل السلوك اللاخطي للخرسانة المسلحة بالإضافة الى خاصية العنصر الصلب ٦٥ بدعمه بشكل كامل للتسليح المنتشر (كالألياف) و بثلاثة انواع مختلفة من المواد كحد اعلى ، ويتم ادخال التسليح كنسبة حجمية الى حجم العنصر ولهذا العنصر خاصية نمذجة التشقق عند الشد و التهشم عند الانضغاط ، اما قضبان التسليح أو الالياف المنتشرة داخل هذا العنصر تمتلك القابلية على مقاومة الشد والانضغاط، ولكنها لا تقاوم قوى القص، وهي كذلك لها القدرة على التشوه اللدن.

يحدد هذا الشكل اولا بتحديد العقد الثمانية ومن ثم تحديد خواص المادة المستعملة (الخرسانة)، والنسبة الحجمية ( $V_f$ ) للألياف مع تحديد اتجاهاتها بتحديد الزوايا ، ولهذا العنصر عدة فرضيات و توصيات <sup>(٩٨)</sup> ، وكما هو مبين في أدناه :

- ١- بالإمكان حدوث التشقق في الاتجاهات الثلاثة في كل نقطة تكامل .
- ٢- عندما يحصل التشقق في نقطة التكامل ، فإنه يتم تمثيله بنموذج الشق المنتشر بدلا من نموذج الشق المنفصل .
- ٣- تفرض مادة الخرسانة بشكل اولي بانها مادة موحدة الخواص (*Isotropic*) .

- ٤- بالإمكان تعريف التسليح فيه على اساس انه من نوع نمذجة التسليح المنتشر خلال العنصر .
- ٥- بالإضافة الى التشقق و التهشم ، فقد تصل الخرسانة الى مرحلة اللدونة .
- ٦- يجب تسليط الحمل الخارجي بصورة تدريجية قدر الامكان بسبب حسابات التشقق و التهشم المطلوبة في هذا العنصر .



شكل (1 - 4): العنصر الصلب ٦٥ (SOLID ٦٥) <sup>(٩٨)</sup>

## Reinforcing Steel

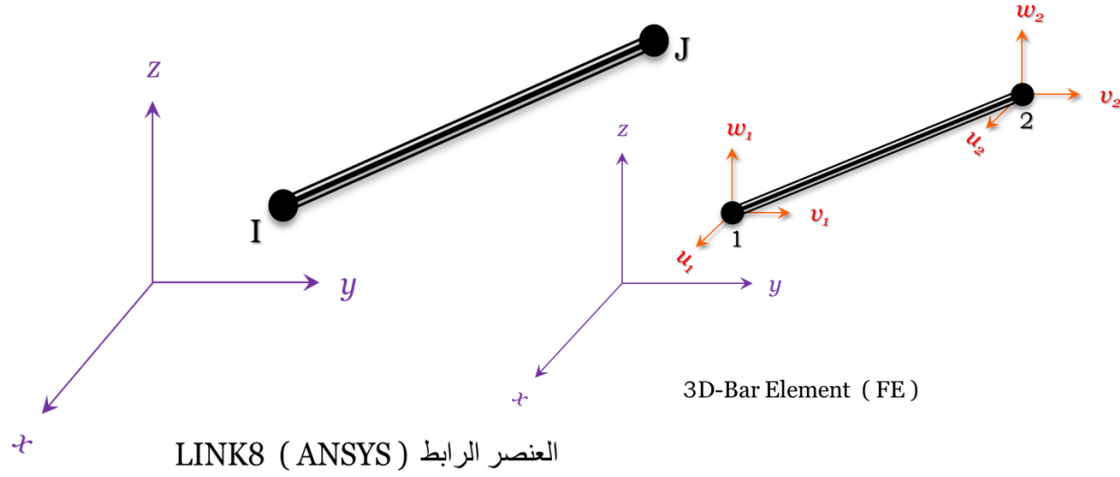
## ٢,٤,٤ حديد التسليح

يمكن تمثيل حديد التسليح في الاعضاء الخرسانية المسلحة في تحليل العناصر المحددة بثلاثة نماذج: الاول يعرف بالنموذج المنفصل (Discrete) ، والثاني بالنموذج المظمور (Embedded) و الاخير بالنموذج المنتشر (Smeared) ، اذ ان لكل واحد نمذجة خاصة في تمثيل حديد التسليح <sup>(٩٩)</sup>.

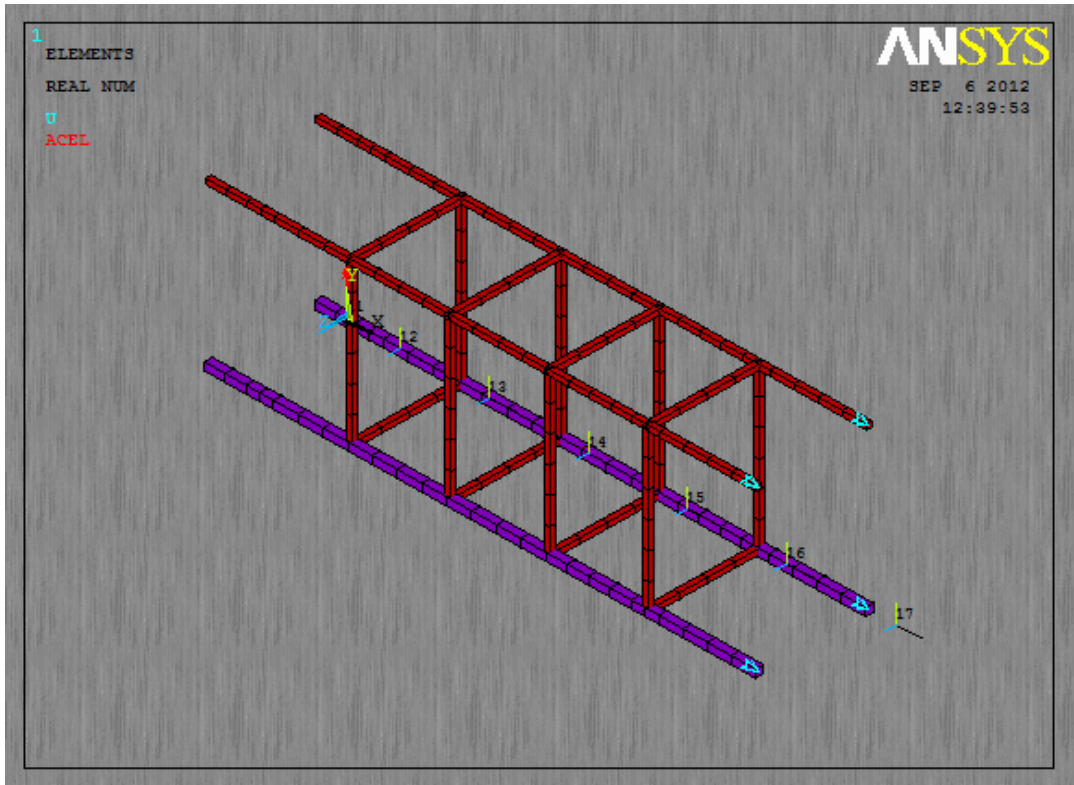
في هذه الدراسة تم استخدام النموذج المنفصل في تمثيل حديد التسليح باستخدام عنصر المسنم الثلاثي الابعاد ذي العقدتين المعرف باسم الرابط ٨ (LINK ٨) الشكل (٢ - ٤) ، وهو عنصر يتحمل شدا و انضغاطا احادي المحور ، ولا يتحمل إنحناءً ، وله ثلاث درجات للحرية (Degree of Freedom) في كل عقدة وبالاتجاهات (x, y, z) ، و ان مصفوفة الصلابة لهذا العنصر مذكورة في المصدر <sup>(١٠٠)</sup> :



إن هذا العنصر يعرف بعقدتين ، بمساحة مقطعه وخصائص أخرى للمادة ويُفترض أن هذا العنصر مستقيم ويحمل محورياً في نهايته وله خصائص منتظمة على طول العنصر ، مساحته وطوله يجب أن يتجاوزان الصفر والشكل (٤ - ٣) يبين هيكل حديد التسليح لنصف العتبة المعتمدة في الدراسة .



الشكل (٤ - ٣) : العنصر الرابط ٨ (LINK ٨) (٩)



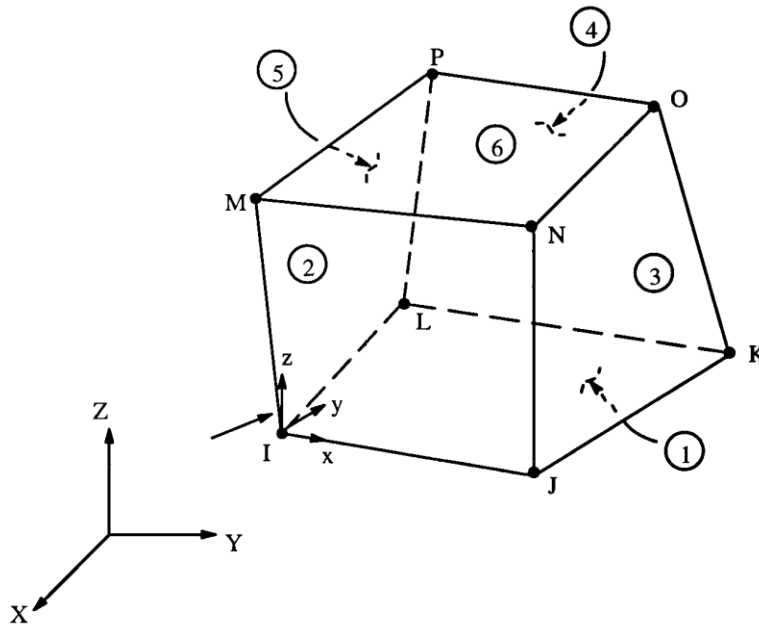
الشكل (٤ - ٣) : هيكل حديد التسليح لنصف العتبة المعتمدة في الدراسة

### ٣, ٤, ٤ صفيحة التحميل

### Steel Plates

في هذه الدراسة تم تمثيل صفيحة التحميل (*Bearing Plate*) في نقطتي التحميل و المساند (*Supports*) في العتبات تمثيلاً بطريقة العناصر المحددة وذلك من خلال استخدام العنصر الطابوقي المعروف باسم العنصر الصلب ٤٥ (*Solid 45*) ذي الثماني عقد وله في كل عقدة ثلاث درجات للحرية (*Degree of Freedom*) وبالاتجاهات  $(x, y, z)$ ، ويتم استخدام هذا العنصر لغرض تجنب حدوث عملية تمركز الاجهادات عند تلك مناطق التي تكون معرضة الى قوى و إجهادات عالية ومتغيرة .

شكل هذا العنصر وموقع العقد فيه موضحة في الشكل (٤ - ٤)، ومن خصائص هذه الصفيحة أنّ لها معامل مرونة ( $200000 \text{ MPa}$ ) ونسبة بواسون  $(0.3)$  ويُفترض بأن هذه الصفيحة لها خاصية اللدونة ولها القابلية على تحمل قيم عالية من التشوهات و الإنفعالات .



الشكل (٤ - ٤): العنصر الطابوقي الصلب ٤٥ (٩٨)

## Material Properties

## ٥,٤ خصائص المواد

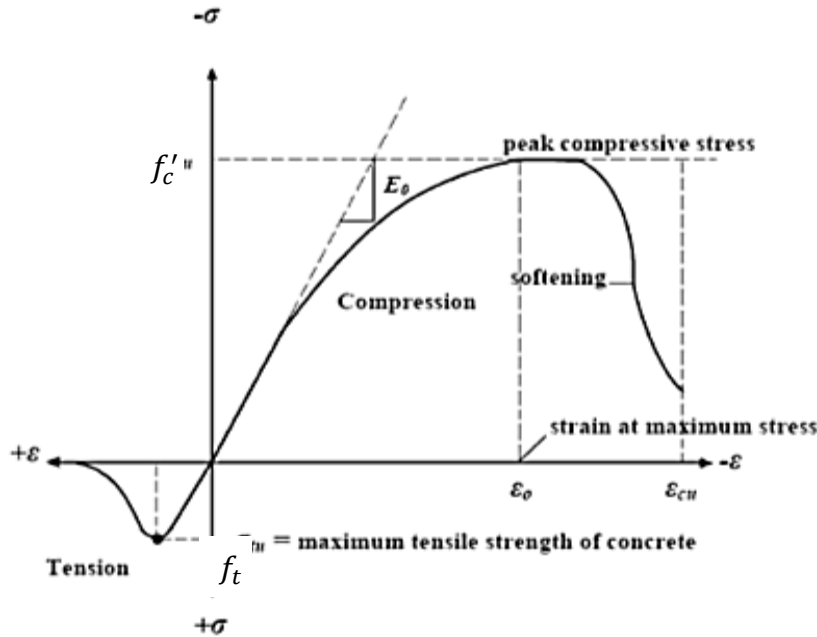
من ضمن سياق الدراسة الحالية هو إيضاح علاقات وخصائص المواد المكونة للعتبات الخرسانية المسلحة والمعرزة بالألياف ، ويجب أن يُمثل السلوك اللاخطي للنموذج بطريقة تُسهل من عملية التحليل العددي (خطوات العناصر المحددة) لمحاكاة السلوك الإنشائي للعتبات .

## Concrete

## ١,٥,٤ الخرسانة

الخرسانة مادة شبه هشة وسلوكها في الانضغاط يختلف عن سلوكها في الشد. الشكل (٥-٤) يوضح منحنى الاجهاد- الانفعال النموذجي للخرسانة. في الانضغاط يكون منحنى الاجهاد- الانفعال للخرسانة شبه خطي مرن حتى حوالي ٣٠% من مقاومة الانضغاط القصوى. فوق هذه النقطة يزيد الاجهاد بشكل تدريجي حتى مقاومة الانضغاط القصوى ( $f'_c$ ) بعدها ينحدر المنحنى نحو منطقة التليين (Softening region)، واخيرا يحدث فشل السحق (Crushing failure) عند الانفعال الأقصى للخرسانة ( $\epsilon_u$ ). أما في الشد يكون منحنى الاجهاد الانفعال للخرسانة خطياً مرناً حتى مقاومة الشد القصوى ( $f_t$ ). بعدها تتشقق الخرسانة وتتناقص المقاومة بشكل تدريجي الى الصفر<sup>(١١)</sup>.

الخرسانة عالية المقاومة تسلك سلوكاً خطياً أكثر من تلك الخرسانة الواطئة المقاومة عند مستوى الإجهاد نفسه ، ولكن تبدي تصرفاً أكثر هشاشة بالجزء الثاني من منحنى الاجهاد الانفعال بعد مقاومة الانضغاط القصوى<sup>(١٢)</sup> .



الشكل (٥-٤) : منحنى (الاجهاد- الانفعال) نموذجي للانضغاط والشد احادي المحور في الخرسانة<sup>(١١)</sup>

### (Input Data)

### ١,١,٥,٤ : إدخال البيانات

في الخرسانة. يحتاج برنامج ANSYS الى ادخال بيانات لخواص المواد، وكما يلي (١٠٤,١٠٣) :

- معامل المرونة ( $E_c$ ).
  - المقاومة العظمى للانضغاط احادي المحور ( $f'_c$ )
  - المقاومة العظمى للشد احادي المحور (معايير الكسر،  $f_r$ ).
  - نسبة بواسون ( $\nu$ ).
  - معامل انتقال القص (*Shear transfer coefficient*) للتشققات المغلقة و المفتوحة ( $\beta_c$  و  $\beta_o$ ) على التوالي.
  - علاقة الاجهاد- الانفعال للانضغاط احادي المحور في الخرسانة
- قيم مقاومة الانضغاط العظمى ومعايير الكسر تم حسابها بناءً على فحوصات التجارب التي اجريت لهذا الغرض وهي مذكورة في الفصل الثالث. اما معامل مرونة الخرسانة الذي يعبر عن العلاقة بين الاجهاد المسلط ( $\sigma$ ) والانفعال الناتج ( $\epsilon$ ) كما في المعادلة التالية:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (٤-١٣)$$

وهو بشكل عام دالة لمقاومة الانضغاط إذ تزداد قيمته بزيادة مقاومة الانضغاط. بدلا من بيانات الفحص الواقعية و يُمكن حساب قيمة معامل المرونة بدقة معقولة حسب مدونة معهد الخرسانة الامريكي ACI ٣١٨-٠٨<sup>(٩٢)</sup> اعتمادا على الصيغة التجريبية (*Empirical formula*) التالية:

$$E_c = 0.043(w_c)^{1.5}(f'_c)^{1.5} \quad (٤-١٤)$$

إذ ان:

$E_c$  : معامل مرونة الخرسانة (MPa)

$w_c$  : كثافة الخرسانة الجافة في الهواء ( $Kg/m^3$ )

$f'_c$  : مقاومة انضغاط الاسطوانة للخرسانة (MPa)

في الخرسانة ذات الوزن العادي التي تتراوح كثافتها الجافة في الهواء بين ( $2200-2500 \text{ kg/m}^3$ ) يمكن ان يحسب معامل مرونة الخرسانة باستخدام المعادلة التالية التي تم إعتمادها في الدراسة الحالية:

$$E_c = 4700 (f'_c)^{1.5} \quad (٤-١٥)$$

نسبة بواسون ( $\nu$ ) للخرسانة تحت الانضغاط احادي المحور تتراوح قيمتها بين (٠,١٥ - ٠,٢٢)، و تبقى نسبة بواسون ( $\nu$ ) ثابتة حتى ٨٠% من مقاومة الانضغاط القصوى للخرسانة تقريبا، تبدأ بعدها بالازدياد<sup>(١٠٥)</sup> في الدراسة الحالية تم اعتماد قيمة نسبة بواسون ( $\nu$ ) مساوية الى (٠,٢).

يمثل معامل انتقال القص ( $\beta$ ) حالة سطحي الشق في الخرسانة، وتتراوح قيمته بين (٠,٠ - ١,٠)، إذ يمثل الصفر السطح الصقيل للشق والذي يعني عدم انتقال القص، وعندما تكون قيمته واحد يمثل السطح الخشن للشق والذي بدوره يعني عدم الخسارة في انتقال القص. في الدراسة الحالية تم اعتماد معامل انتقال القص في الشق المغلق ( $\beta_c$ ) مساويا الى (٠,٧) وفي الشق المفتوح ( $\beta_o$ ) مساويا الى (٠,٢) في جميع العتبات الخرسانية<sup>(٩٨)</sup>.

#### ٢,١,٥,٤: علاقة (الاجهاد- الانفعال) احادية المحور للخرسانة في الانضغاط

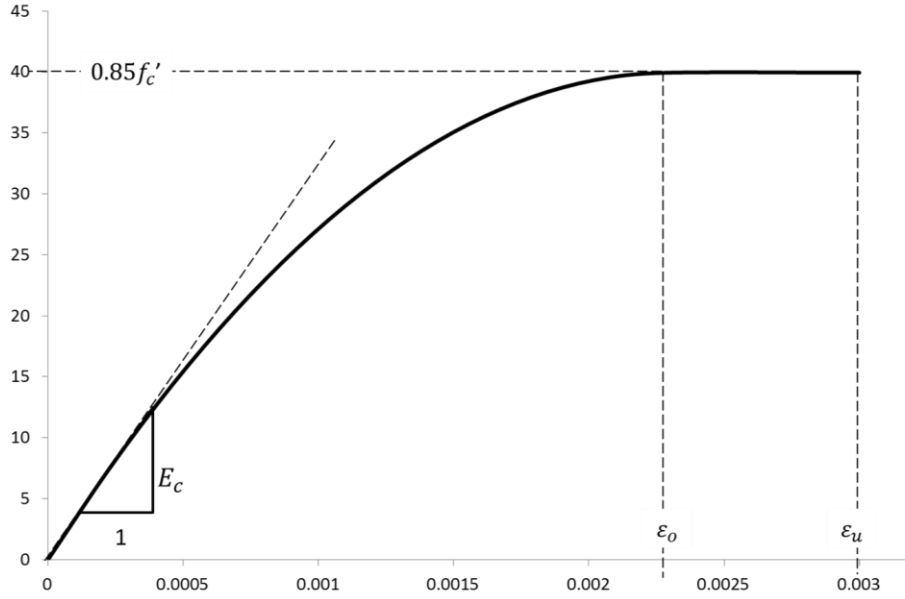
##### (Compressive Uniaxial Stress-Strain Relationship for Concrete)

تشير التجارب المختبرية الى أنَّ علاقة (الإجهاد - الانفعال) احادية المحور للخرسانة في الانضغاط تكون ذات سلوك غير خطي حتى في مستويات الإجهاد الواطئة، وتتوفر العديد من الصيغ الرياضية الوضعية لتمثيل هذا السلوك وأحدى هذه الصيغ هي صيغة المعادلة الرياضية لقطع مكافئ من الدرجة الثانية ابتداءً من مرحلة المرونة الى ذروة إجهاد الانضغاط ( $0.85f'_c$ ) الذي يبلغه عند الانفعال ( $\epsilon_o$ ) وبعدها تستمر العلاقة خطياً الى الانفعال الأقصى ( $\epsilon_u$ ) كما في الشكل (٤-٦)، هذه الصيغة يقدمها برنامج *CivilFEM* وهي التي استخدمت في الدراسة الحالية. نقاط الانفعال اخذت طبقاً لملاحظات مدونة معهد الخرسانة الامريكي *ACI- ٣١٨*<sup>(١٠٦)</sup>، ويتم حساب نقاط الاجهاد كالآتي:

$$\sigma_c = \begin{cases} 0.85f'_c \left[ \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} - \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^2 \right] & 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_o \\ 0.85f'_c & \epsilon_o \leq \epsilon_c \leq \epsilon_u \end{cases} \quad (٤-١٦)$$

إذ ان:

$$\epsilon_o = 2 \left( \frac{0.85f'_c}{E_c} \right) \quad (٤-١٧)$$



الشكل (٤-٦) : علاقة (الإجهاد - الانفعال) احادية المحور للخرسانة في الانضغاط (١٠٥)

### Failure Criterion for

### ٣,١,٥,٤ معيار الفشل للخرسانة

### Concrete

أصبح من المعروف جداً أن الخرسانة مادة هشة ، فعندما تتعرض الى حالة من الإجهاد فإنها تبدي مقاومتها ، ولكن عندما تبلغ تلك الإجهادات قيمتها الحرجة ، فعندئذ تبدأ الخرسانة بالتكسر (*Fracturing*) وتفتل . والفشل في الخرسانة يمكن أن يصنف الى فشل من نوع التشقق (*Cracking*) و فشل من نوع التهشم (*Crushing*) او كليهما معاً .

ولقد قام (*Willam*) و (*Warnke*) في عام (١٩٧٤) <sup>(١٠٧)</sup> بصياغة علاقات رياضية لمعيار الفشل للخرسانة تحت حالة الإجهادات المتعددة المحاور (*Multiaxial*) وفق المعيار التالي :

$$\frac{F}{f'_c} - S \geq 0 \quad (١٨ - ٤)$$

إذ :

F : دالة الإجهادات الرئيسية .  
S : دالة سطح الفشل .

تعتبر دالة ( $F$ ) عن الإجهادات الرئيسية ( $Principal stresses$ ) ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ) ، أما دالة سطح الفشل ( $S$ ) فإنها تعرف من خلال خمس معاملات ، وكما هو مذكور في جدول (١-٤) بالإضافة الى الإجهاد الهايدروستاتيكي المحيطي المسلط ( $\sigma_h^a$ ) ، فعندما يتحقق معيار الفشل (معادلة (١٨ - ٤)) فإن الخرسانة تتشقق أو تنهشم.

جدول (١-٤) المعاملات الخمسة الخاصة بتعريف دالة سطح الفشل ( $S$ )

مقاومة الشد العظمى أحادية المحور	$f_t'$
مقاومة الانضغاط العظمى أحادية المحور	$f_c'$
مقاومة الانضغاط العظمى ثنائية المحاور	$f_{cb}$
مقاومة الانضغاط العظمى في حالة الانضغاط الثنائية المحاور بتأثير $\sigma_h^a$	$f_1$
مقاومة الانضغاط العظمى في حالة الانضغاط الاحادي المحور بتأثير $\sigma_h^a$	$f_2$
الإجهاد الهايدروستاتيكي المحيطي المسلط	$\sigma_h^a$

إن كلا من العلاقة  $F$  ، و سطح الفشل  $S$  وكما موضح في الشكلين (٧-٤) ، (٨-٤) يعبر عنهما بواسطة الاجهادات الرئيسية ( $\sigma_1$  ،  $\sigma_2$  ،  $\sigma_3$ ) حيث:

$$\sigma_1 = \text{Max}(\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp}) \quad (١٩ - ٤)$$

$$\sigma_3 = \text{Min}(\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp}) \quad (٢٠ - ٤)$$

وبالإمكان تمثيل سطح الفشل بمعاملين : مقاومة انضغاط ومقاومة شد احادية المحور ، وهذا ما اقترحه (Willam) و (Warnke) من خلال القيم في أدناه ، وتستخدم هذه القيم عندما يتحقق الشرط الآتي

$$: (|\sigma_h| \leq \sqrt{3} f_c')$$

$$f_{cb} = 1.20 f_c' \quad (٢١ - ٤)$$

$$f_1 = 1.45 f_c' \quad (٢٢ - ٤)$$

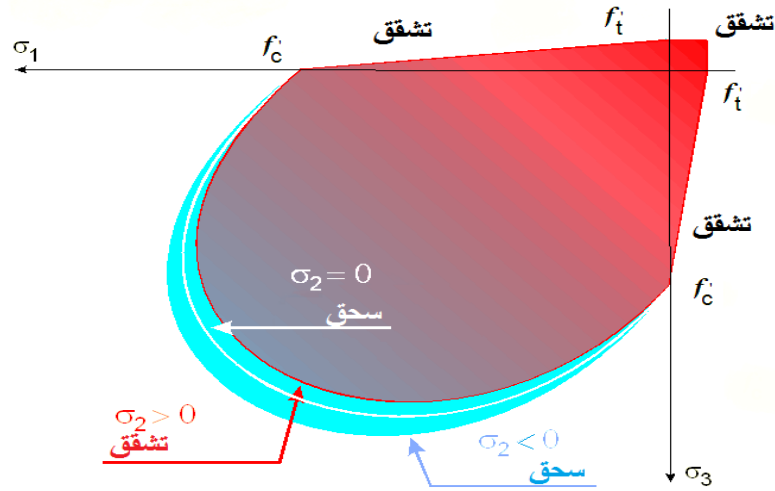
$$f_2 = 1.72 f_c' \quad (٢٣ - ٤)$$

إن فشل الخرسانة مُصنَّف إلى أربعة مجالات حسب نوع الإجهادات المسلطة، وإن كل مجال يعتمد على دالة الإجهاد ( $F$ ) ودالة سطح الفشل ( $S$ ) لتحقيق المعادلة (١٨ - ٤) <sup>(٩٨)</sup> :

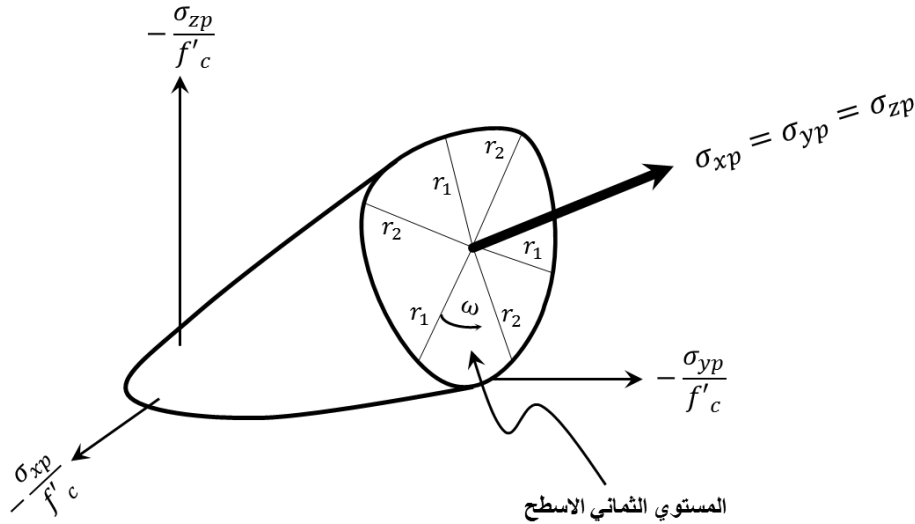
١-  $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 \leq 0$  ( انضغاط - انضغاط - انضغاط ) .

- ٢-  $\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq 0 \leq \sigma_3$  ( شد - انضغاط - انضغاط ) .  
 ٣-  $\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq 0 \leq \sigma_3$  ( شد - شد - انضغاط ) .  
 ٤-  $0 \leq \sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \sigma_3$  ( شد - شد - شد ) .

الشكل (٧-٤) يمثل سطح الفشل في حالة الإجهادات الثنائية المحور أو القريبة منها ، فيتبين منه أن هنالك ثلاثة أسطح فشل متمثلة بالإجهاد الرئيس الثاني ( $\sigma_2$ ) : اكبر من الصفر ، مساوياً للصفر و أصغر من الصفر ، فإذا كان الإجهادان الرئيسان الاول و الثالث ( $\sigma_1$  و  $\sigma_3$ ) سالبين (انضغاط) و الإجهاد ( $\sigma_2$ ) موجبا (شد) فعندئذ يحدث التشقق في الاتجاه العمودي على ( $\sigma_2$ ) ، واما إذا كان الإجهاد ( $\sigma_2$ ) سالبا او صفرا فعندئذ تقرض مادة الخرسانة بانها في حالة التهشم <sup>(٩٨)</sup> .



الشكل (٧-٤) : سطح فشل الخرسانة في فضاء الإجهادات الرئيسة تحت الإجهادات الثنائية المحور <sup>(٩٨)</sup>



الشكل (٨-٤) : سطح الفشل الثلاثي الابعاد في فضاء الإجهادات الرئيسة <sup>(٩٨)</sup>



ومن الجدير بالذكر أن نموذج (Willam) و (Warnke) واسع الاستخدام في تمثيل سلوك الخرسانة ، ويتميز بالمحاسن الآتية (١٠٨) :

- ١- مناسب للبيانات المختبرية في مجال تمثيل سلوك الخرسانة .
- ٢- سهولة تمثيل معاملات النموذج من خلال البيانات المختبرية المستحصلة كمقاومة انضغاط و الشد للخرسانة .
- ٣- سلاسة الانسجام (مثلاً : الاستمرارية لسطح الفشل مع استمرارية التغير في المستويات المماسية ) .
- ٤- التحديدية ( مثلاً : ثباتية تقوس سطحه بدون نقاط انقلاب وانسيابه على وتيرة واحدة ) .

إذ لم تتحقق المعادلة (١٨-٤)، ليس هناك تهشم أو تشقق، ماعدا ذلك سوف تتشقق المادة إذا كان أي من الاجهادات الرئيسية هو اجهاد شد ويمتد خارج سطح الفشل. بعد التشقق، معامل المرونة للعنصر الخرساني يعد صفراً في الاتجاه الموازي الى اتجاه اجهاد الشد الرئيس. بينما تنهشم المادة اذا كانت كل الاجهادات الرئيسة هي اجهادات انضغاط وتمتد خارج سطح الفشل، بعد ذلك معامل المرونة يعد صفراً في كافة الاتجاهات، وتختفي فعالية العنصر. (١٠٩)

وجد خلال هذه الدراسة إن قابلية الخرسانة للتهشم إذا كانت مستخدمة في برنامج ANSYS، فإن نموذج العتبة الخرسانية يفشل قبل الاوان. أما اذا تمت إزالة قابلية التهشم (*Remove crush*)، فإن النموذج يُظهر ازاحة كبيرة، وتشعب في الحل، إذ أنّ الفشل بسبب قوى الانضغاط في ثلاثة اتجاهات غير محتمل. في فحص مقاومة الانضغاط، يوضع النموذج تحت تأثير قوة انضغاط محورية، وتحدث انفعالات شد جانبية ثانوية مستحثه بسبب تأثير نسبة بواسون باتجاه عمودي على قوة الانضغاط، وتحدث التشققات لان الخرسانة ضعيفة نسبياً في الشد، وفي الحقيقة هذا هو ما يسبب الفشل النهائي (١١٠). ولذلك تم اغلاق قابلية التهشم في البرنامج هذه الدراسة وأُفترض أنّ التشققات في الخرسانة تسيطر على الفشل في العنصر الخرساني.

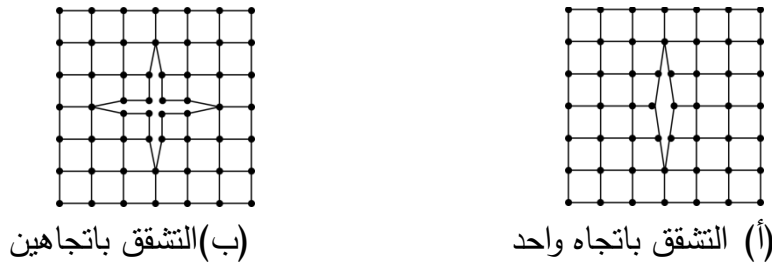
## ٤,١,٥,٤ نمذجة التشقق

### Cracking Modeling

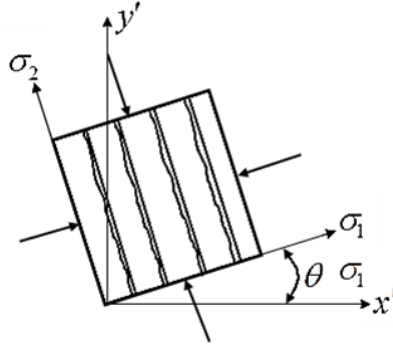
تحت تطبيقات طريقة العناصر المحددة تم تقديم عدة نماذج لتمثيل سلوك التشقق في الخرسانة ، هنالك نموذجان شائعان لتمثيل الشقوق: الأول يعرف بنموذج الشق المنفصل (*Discrete Cracking*) ، اذ قدمه (Neg) و (*Schordelis*) عام (١٩٦٧) في تحليل العتبات الخرسانية البسيطة الاسناد ، اذ يتم فيه تمثيل الشق بواسطة فصل فيزيائي للعقد المجاورة للعناصر المحددة كما في الشكل (٤-٩) ، ولكن من

الاسباب التي تحد من استخدامه في الدراسات الحاضرة هي الحاجة الى تغيير احداثيات العقد للعناصر المحددة الممثلة للخرسانة بعد كل تقدم في عملية حدوث الشقوق ، أما النموذج الثاني فيعرف بنموذج الشق المنتشر (*Smeared Cracking*) ، اذ قدمه (*Rashid*) عام (١٩٦٨) ، ومن خلال هذا النوع من النموذج أصبح بالإمكان تمثيل عدد غير محدد من المقاطع المتشقة و المتوازية في العنصر المحدد كما في الشكل (٤-١٠) ، كما يمكن أيضا تمثيل الشقوق باتجاهين متعامدين في النقطة نفسها ، وبعد حدوث الشقوق تصبح الخرسانة مادة غير موحدة الخواص مع دوران المحاور الرئيسية على طول محاور الشق ، وعليه فإن خواص المادة الخرسانة تتغير تبعاً للتغيرات في الإجهادات و الانفعالات ، ويوجد نوعان من الاساليب لتمثيل نموذج الشق المنتشر : الاول يعرف بنموذج الشق الثابت (*Fixed Cracking*) ، والآخر يعرف بنموذج الشق الدوراني (*Rotating Cracking*) الذي أستخدمه (*Cope*) وآخرون في تحليل البلاطات الخرسانية المسلحة<sup>(١١،١٢)</sup> .

وبصوره عامة فإن نموذج الشق المنتشر يستخدم في معظم الدراسات التحليلية للأعضاء الخرسانية التي تستخدم طريقة العناصر المحددة ، وذلك لعدم الحاجة الى تغيير خصائص العنصر المحدد خلال عملية التحليل أثناء حدوث الشقوق في الخرسانة ، وإنما يتم تحديث علاقة (الإجهاد - الانفعال) في مصفوفة الصلابة للخرسانة عند حدوث الشقوق . نموذج الشق المنتشر تم اعتماده في هذا البحث من خلال البرنامج الحاسوبي المستخدم (*ANSYS*) لتمثيل الشقوق في الخرسانة . ولإعطاء صورة كاملة لهذا النموذج لابد من الإشارة الى صلابة الشد ، ومعامل القص و فتح الشق و اغلاقه .



شكل (٤-٩) : نموذج الشق المنفصل<sup>(١١)</sup>



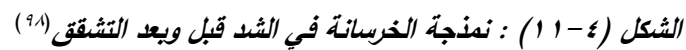
الشكل (١٠-٤) : نموذج الشق المنتشر (١١)

#### 5.1.5.4 صلابة الشد

#### Tension Stiffening

من أهم آليات التأثير المشترك للخرسانة و ( قضبان حديد التسليح أو الألياف ) هو تشكيل التشققات عندما يتعرض كلاهما للشد . تحدث حركة نسبية بين التسليح والخرسانة و في الوقت نفسه فتح الشق . قوى القص الناتجة في منطقة الاتصال السطحية للتسليح تنتج اجهادات شد في الخرسانة في المنطقة بين الشقوق المتجاورة تشارك في الصلابة الاجمالية للنظام . تأثير صلابة الشد هذه يكون ذا اهمية كبيرة في العتبات الخرسانية المسلحة .

ان الأخذ بنظر الاعتبار تأثير صلابة الشد لا يمثل السلوك الحقيقي للخرسانة فحسب ، وانما يُساعد في إستقرارية الحل باستخدام طريقة العناصر المحددة أيضاً . في هذه الطريقة تأثير صلابة الشد يمكن ان يمثل من خلال زيادة صلابة قضبان حديد التسليح، او من خلال النقصان التدريجي لمقاومة الشد للخرسانة بعد حصول التشقق . استخدمت الطريقة الثانية في معظم الدراسات التحليلية <sup>(١١٣)</sup> واستخدمت هذه الطريقة في الدراسة الحالية إذ يُتيح برنامج ANSYS نمذجة صلابة الشد للخرسانة المسلحة بنموذج الصلابة الثلاثي الخطوط كما في الشكل (١١-٤) .



$f_t$  : مقاومة الشد القصوى احادية المحور.

$T_c$  : معامل صلابة الشد ، (في الدراسة الحالية أُستخدم  $(T_c = 0.6)$  )<sup>(٩٨)</sup> .

حديد التسليح مادة متجانسة تمتلك المقاومة نفسها في الشد والانضغاط وكذلك الالياف الحديدية، في هذه الدراسة تم تمثيل علاقة الاجهاد- الانفعال لقضبان حديد التسليح والالياف الحديدية بمنحني يشير الى سلوك مرن - لدن مع تصلب الانفعال . ففي المرحلة البدائية يفترض كون حديد التسليح مادة مرنة خطية وذات معامل مرونة ابتدائي  $E_s$  حتى وصول الاجهادات قيمة الخضوع  $f_y$  ، ومع التحميل الاضافي فان المادة تتخذ سلوكاً خطياً لدناً مع حدوث تصلب الانفعال (*Strain hardening*) وصولاً الى الاجهاد الاقصى  $f_u$ .

في برنامج *ANSYS+civilFEM* يعرف منحني الاجهاد- الانفعال للحديد بأربع نقاط كما في الشكل (٤-١٢) . قيم الانفعال والاجهاد لهذه النقاط هي كما يلي:

$$\varepsilon_1 = -0.41$$

$$\varepsilon_{\gamma} = -f_{\gamma}/E_s$$

$$\varepsilon_{\mathrm{r}} = f_{\mathrm{v}}/E_{\mathrm{s}}$$

$$\varepsilon_{\xi} = 0.01$$

$$\sigma_1 = -f_y + \frac{-0.01 + f_y/E_s}{P_r/E_s}$$

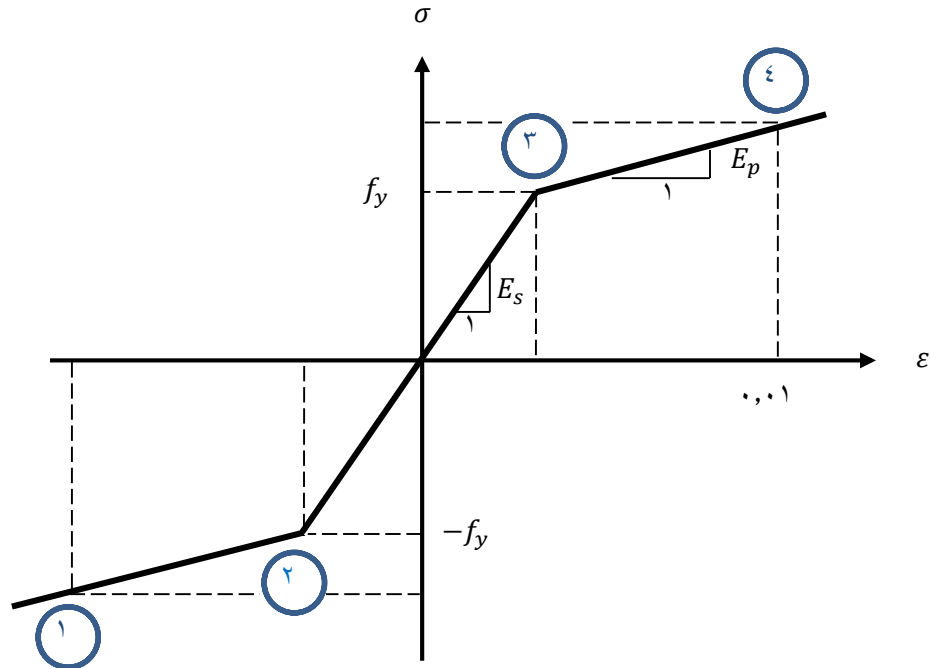
$$\sigma_r = -f_y$$

$$\sigma_r = f_y$$

$$\sigma_{\xi} = f_y + \frac{0.01 - f_y/E_s}{P_r/E_s}$$

إذ أن:

$P_r$  : هو النسبة بين معامل المرونة ومعامل اللدونة <sup>(١٠٦)</sup>.



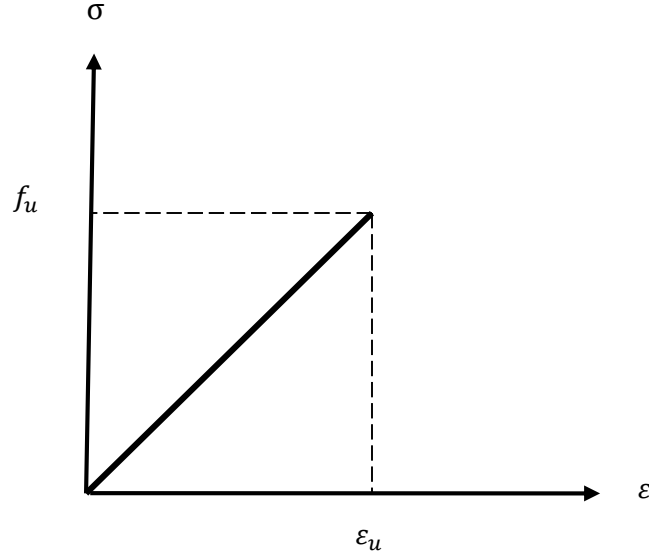
الشكل (٤-١٢) : منحنى الاجهاد-الانفعال لحديد التسليح للشد والانضغاط

### (Polypropylene Fiber)

### ٣, ٥, ٤ الياف البولي بروبيلين

الياف البولي بروبيلين المستخدمة في الدراسة الحالية وكما ذكر في الفصل الثالث ذات معامل مرونة واطئ نسبيا وقابلية عالية على الانفعال مع مقاومة عالية للشد ، ولا تساهم في مقاومة الانضغاط . تم تمثيل

علاقة الاجهاد - الانفعال لهذه الالياف بسلوك خطي مرن حتى الفشل (الملحق ج) . كما موضح في الشكل (١٣-٤) .



الشكل (١٣-٤) : منحنى الاجهاد- الانفعال لألياف البولي بروبيلين المستخدم

#### ٦,٤ تقنيات الحل اللاخطي *Nonlinear Solution Techniques*

يكون التحليل سهلاً نسبياً بالنسبة إلى مسائل التحليل الخطي وذلك بحل معادلات التوازن التي تمثل العلاقة الخطية بين الاحمال المسلطة و الإزاحة ، أما في المسائل ذات السلوك اللاخطي فإن تلك العلاقة بين الاحمال المسلطة و الإزاحة تكون لا خطية ، إذ إن السلوك اللاخطي للمنشآت الخرسانية المسلحة ناتج بفعل السلوك اللاخطي للمواد (علاقة الاجهاد - الانفعال) و التشقق في الشد و خضوع حديد التسليح وكذلك التأثيرات المعتمدة على الزمن من زحف و انكماش ، و أيضاً قد يكون بفعل السلوك اللاخطي الهندسي الناتج بفعل التغير الكبير في الشكل الهندسي للمنشأ الخرساني ، أو قد يكون السلوك اللاخطي ناتجاً بفعل السلوكين (المادي و الهندسي) معاً .

#### ١,٦,٤ الخطوات العامة للحل اللاخطي *General Procedures for Nonlinear Solution*

في المسائل الخطية المرنة تكون طريقة الحل الأساسية بواسطة حل مجموعة من المعادلات الجبرية التي يكون فيها متجه الازاحة غير معلوم كما في المعادلة (4-24) :

$$\{F\} = [K]\{\delta\}$$

وهذا الأسلوب لا يمكن أتباعه في مسائل السلوك اللاخطي ، أذ إن مصفوفة الصلابة  $[K]$  تكون دالة بدلالة خواص المواد و إزاحات المنشأ معاً ، بمعنى أنها في تغير مستمر ، لذلك فإن الأسلوب المتبع لحل مثل هذه المسائل يتطلب استخدام إحدى طرائق الحل اللاخطي: طريقة الزيادة (Incremental) ، أو طريقة التكرار (Iterative) ، أو طريقة الدمج (الزيادة - التكرار) (Incremental - Iterative Method) . (١١٤)

### Increment Method

### ١,١,٦,٤ طريقة الزيادة

مبدأ هذه الطريقة هو تقسيم الحمل الخارجي المسلط  $\{F\}$  الى عدد من الزيادات الصغيرة  $\{\Delta F\}$  ، والتحليل في هذه الطريقة يتم بأتباع أحد الأسلوبين : الأسلوب الاول الذي يتم فيه الحصول على الزيادة في الازاحة  $\{\Delta\delta\}$  من خلال حل معادلات التوازن لكل زيادة حاصلة في الحمل الخارجي المسلط  $\{\Delta F\}$  ، أذ تكون العلاقة خطية ويتم تجميع الازاحة لكل زيادة للحصول على الازاحة  $\{\delta\}$  ومنها يتم حساب مصفوفة الصلابة المماسية  $[K_T]$  عند نهاية كل زيادة و تستخدم هذه المصفوفة في حسابات الزيادة القادمة :

$$\{\Delta\delta\}_i = [K_T]_{i-1}^{-1} \{\Delta F\} \quad (٤ - ٢٥)$$

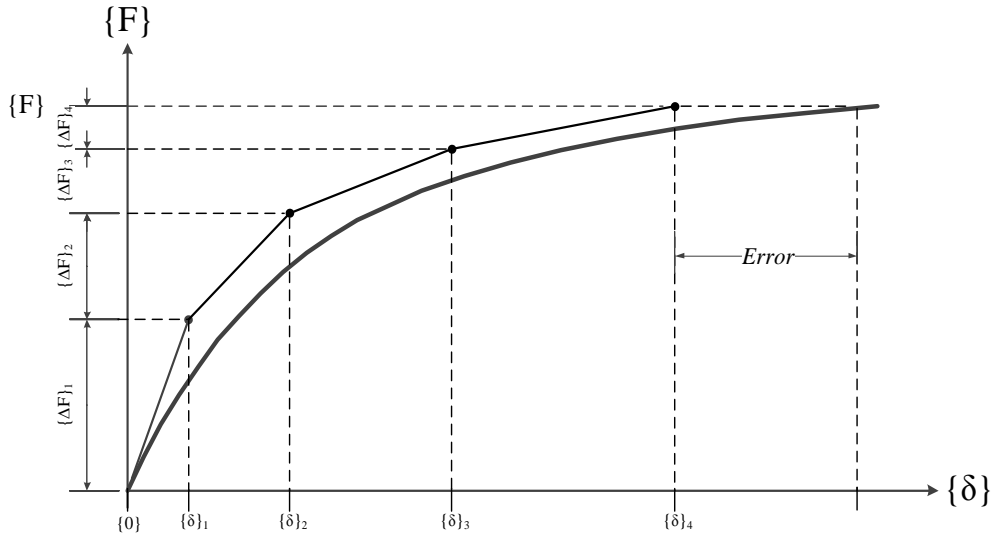
$$\{\delta\}_i = \{\delta\}_{i-1} + \{\Delta\delta\}_i \quad (٤ - ٢٦)$$

ولكن أسلوب الحل المتبع في هذه الطريقة يبتعد عن المسار الصحيح مالم تكن الزيادة في الحمل  $\{\Delta F\}$  صغيرة بالقدر الذي لا يسمح بالخروج من المسار الصحيح ، وهذا الأسلوب موضح في الشكل (٤-١٤) .

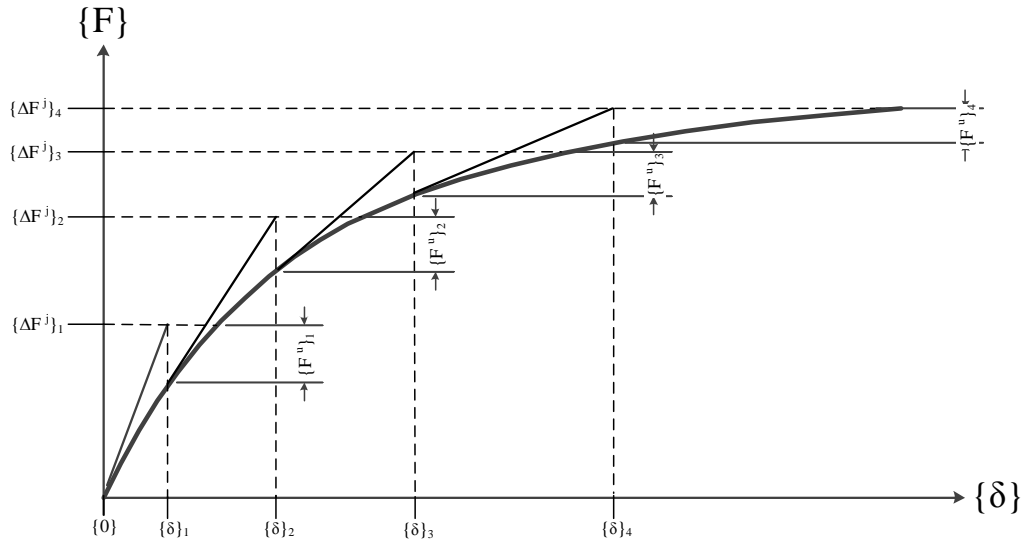
أما الأسلوب الثاني المتبع لطريقة التكرار فيمكن الحصول فيه على نتائج أدق من خلال حساب القوى غير المتوازنة (Unbalanced Force)  $\{F^u\}_{i-1}$  من الخطوة السابقة (١ - i) وأضافتها جبرياً الى الزيادة اللاحقة  $\{\Delta F^j\}_i$  للحصول على الازاحة  $\{\delta\}$  :

$$\{\Delta\delta\}_i = [K_T]_{i-1}^{-1} (\{\Delta F^j\}_i + \{F^u\}_{i-1}) \quad (٤ - ٢٧)$$

إذ إن القوى غير المتوازنة  $\{F^u\}_i$  عند أي مرحلة زيادة تمثل ذلك الفرق بين الاحمال الخارجية المسلطة  $\{F^i\}$  و القوى المقاومة الداخلية  $\{F^i\}$  ، والشكل (٤-١٥) يوضح هذا الاسلوب المتبع في الحل .



شكل (٤ - ١٤) : الأسلوب الأول للحل بطريقة الزيادة



شكل (٤ - ١٥) : الأسلوب الثاني للحل بطريقة الزيادة

**Iterative**

٤, ١, ٢, طريقة التكرار

**Method**



مبدأ هذه الطريقة يتم من خلال تسليط الحمل الكلي على المنشأ في كل مرحلة تكرار ومنها يتم حساب مصفوفة الصلابة باتباع أحد الأسلوبين : أسلوب طريقة التكرار المباشر أو (طريقة القاطع) (*Direct Iterative or Secant*) ، أو أسلوب طريقة نيوتن - رافسون (*Newton - Raphson's*). أذ يتم في طريقة القاطع تسليط الحمل الكلي  $\{F^j\}$  عند كل مرحلة تكرار وعندئذ يتم أستحداث مصفوفة الصلابة القاطعة  $[K_S]$  عند كل مرحلة تكرار ليتم الحصول على الازاحة  $\{\delta\}$  :

$$\{\delta\}_i = [K_S]_{i-1}^{-1} \{F^j\} \quad (٢٨ - ٤)$$

ويتم الاستمرار بالحل بهذا الأسلوب حتى يتم الحصول على فرق قليل في زيادة الازاحة  $\{\Delta\delta\}$  أو تحقيق التفاوت (*Tolerance*) المسموح به ، والشكل (٤-١٦) يوضح هذا الأسلوب المتبع في الحل . في حين يتم في طريقة نيوتن - رافسون التكرارية تسليط الحمل الكلي  $\{F^j\}$  فقط في التكرار الاول وتحسب مصفوفة الصلابة المماسية  $[K_T]$  وقيمة الازاحة  $\{\delta\}$  واللذان يتم استحداثهما باستمرار تسليط القوى غير المتوازنة  $\{F^u\}_i$  في كل مرحلة تكرار ، إذ يتم في هذا الأسلوب حساب القوى غير المتوازنة  $\{F^u\}_i$  وبعدئذ يتم تسليطها لحساب الزيادة في الازاحة  $\{\Delta\delta\}$  ، والشكل (٤-١٧) يوضح هذا الأسلوب .

$$\{F^u\}_i = \{F^j\}_i - \{F^i\}_{i-1} \quad (٢٩ - ٤)$$

$$\{\Delta\delta\}_i = [K_T]_{i-1}^{-1} \{F^u\}_i \quad (٣٠ - ٤)$$

ولكن في طريقة نيوتن - رافسون المعدلة (*Modified Newton - Raphson's*) يتم إجراء تعديل وذلك بدلاً من تكوين مصفوفة الصلابة المماسية  $[K_T]$  في كل مرحلة تكرار يتم حساب مصفوفة الصلابة الابتدائية  $[K_T]_0$  مرة واحدة و يتم استخدامها في جميع المحاولات التكرارية :

$$\{\Delta\delta\}_i = [K_T]_0^{-1} \{F^u\}_i \quad (٣١ - ٤)$$

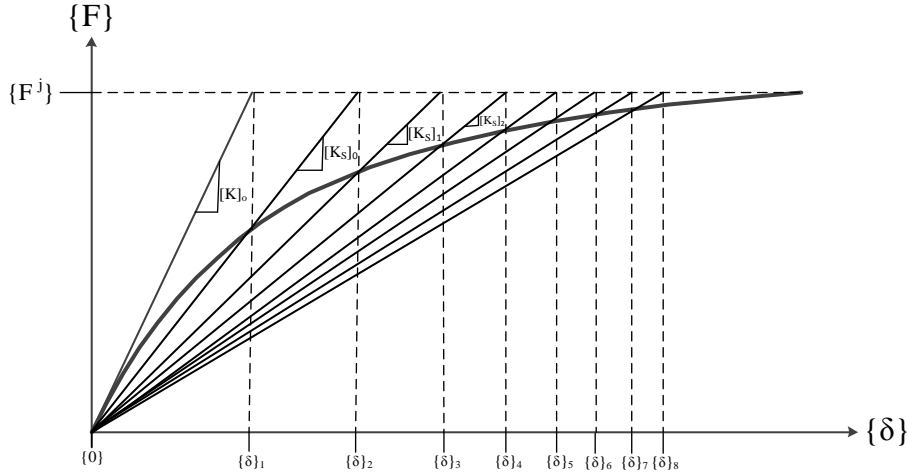
إلا إن هذه الطريقة تحتاج الى عدد كبير من المحاولات التكرارية للوصول الى الدقة المطلوبة في الحل ، والشكل (٤-١٨) يوضح هذا الأسلوب .

### ٤, ١, ٣, طريقة الزيادة- التكرار Incremental - Iterative Method

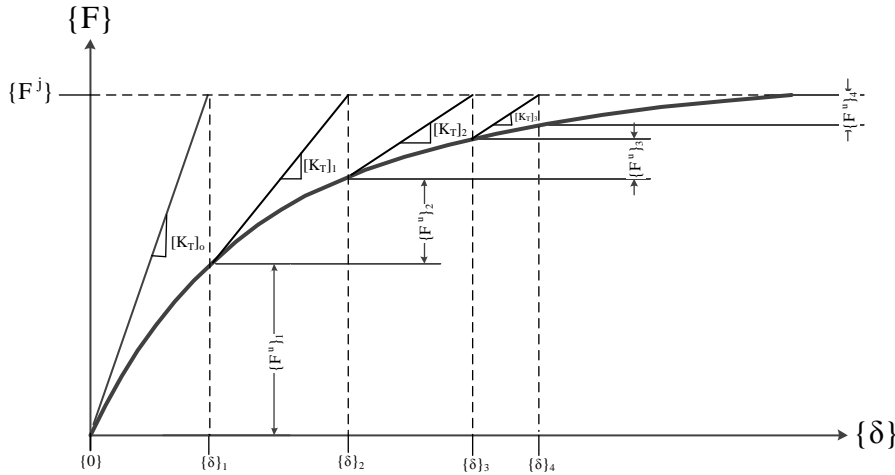
هذه الطريقة هي توحيد او مزج بين طريقتي الزيادة و التكرار ، إذ يتم تقسيم الحمل الكلي  $\{F^j\}$  الى عدد من الزيادات  $\{\Delta F^j\}_i$  ويتم ايجاد الازاحة  $\{\delta\}_i$  في كل زيادة عن طريق استخدام أسلوب التكرار للحصول على نتائج أكثر دقة ، ولا يشترط في هذه الطريقة أن تكون الزيادة في الحمل  $\{\Delta F^j\}$  متساوية ،

وهذه الطريقة أكثر الطرائق شيوعاً في التحليل اللاخطي للمنشآت الخرسانية ، والشكل (٤-١٩) يوضح أسلوب الحل لهذه الطريقة .

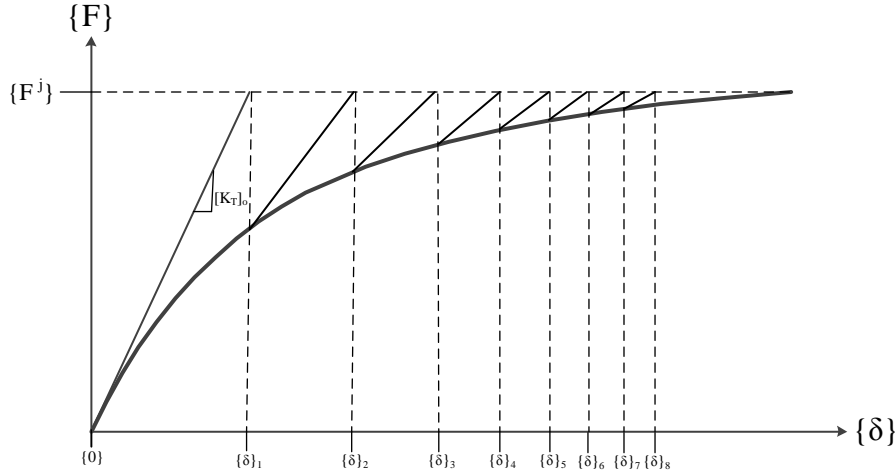
في هذه الدراسة تم استخدام هذه الطريقة من خلال تقسيم الحمل الكلي الى زيادات في الاحمال مع استخدام طريقة (نيوتن - رافسون) والتي تعرف في برنامج *ANSYS* بإسم طريقة (نيوتن - رافسون الكاملة) <sup>(٩٨)</sup> (*Full Newton - Raphson's*) .



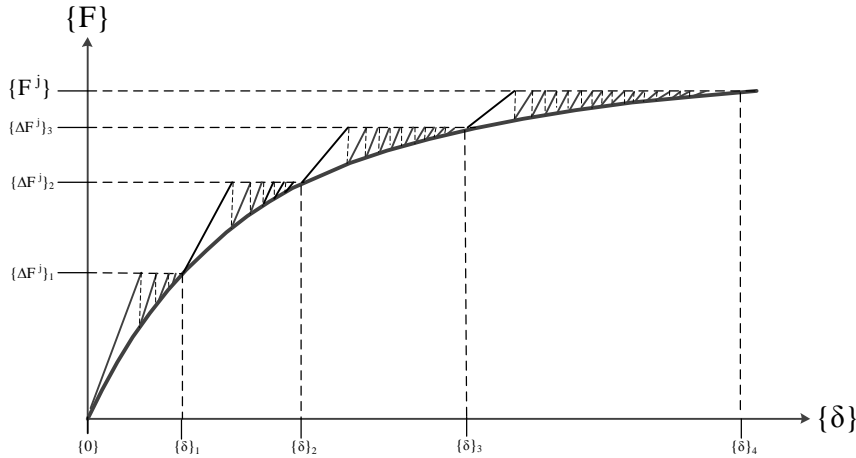
شكل (4 - 16): أسلوب الحل بطريقة القاطع



شكل (4 - 17): أسلوب الحل بطريقة نيوتن-رافسون التكرارية



شكل (4 - 18): أسلوب الحل بطريقة نيوتن-رافسون المعدلة



شكل (4 - 19): أسلوب الحل بطريقة الزيادة- التكرار

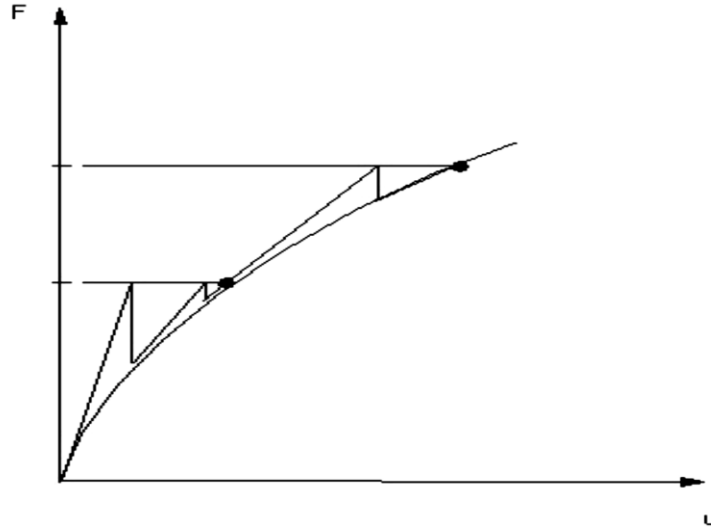
### ٤,١,٦,٤ طريقة الحل المستخدمة في برنامج ANSYS ) ANSYS Solution Method

يستخدم البرنامج طريقة نيوتن - رافسون التكرارية (Iterative Newton - Raphson's) لحل المسائل غير الخطية. إذ يُجزأ الحمل الخارجي المسلط الى سلسلة من الزيادات الصغيرة ، هذه الزيادات تطبق على شكل خطوات تحميل متعددة، والشكل (٤-٢٠) يوضح هذه الطريقة <sup>(٩٨)</sup>.

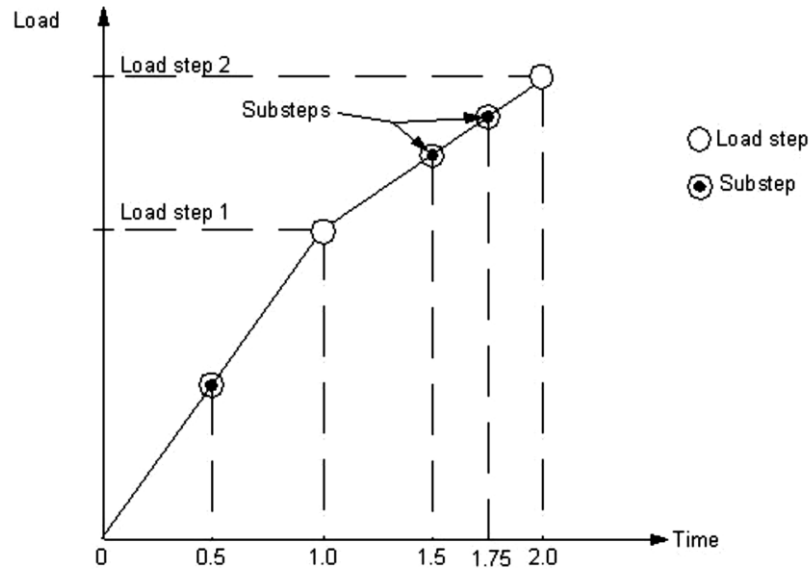
ينظم التحليل غير الخطي في برنامج ANSYS في ثلاثة مستويات من التشغيل:

- المستوى الاعلى يشمل خطوات التحميل (Load steps) المعرفة على مديات بشكل واضح.

- ضمن كل خطوة تحميل، يسلط الحمل تدريجياً إذ يمكن أن يوجه البرنامج لإداء عدة حلول في خطوات تحميل ثانوية (Sub steps).
- في كل خطوة تحميل ثانوية سيؤدي البرنامج عدد من المحاولات التكرارية للحصول على تقارب في الحل.



الشكل (٤-٢٠): الحل بطريقة نيوتن - رافسون الكاملة المستخدمة في برنامج ANSYS (خطوتي تحميل)<sup>(٩٨)</sup>



الشكل (٤-٢١): خطوات التحميل<sup>(٩٨)</sup>

مصطلح (*Time*) في البرنامج ببساطة هو عدد يستخدم لتمييز خطوات التحميل وخطوات التحميل الثانوية، إذ يشير البرنامج آلياً الى ( $Time=1,0$ ) في نهاية الخطوة الاولى للتحميل ، و ( $Time=2,0$ ) في نهاية خطوة التحميل الثانية، وهكذا يشار الى أي خطوة تحميل ثانوية ضمن الخطوات الرئيسة للتحميل كما موضح في الشكل (٤-٢٢) <sup>(٩٨)</sup>.

#### ٧,٤ معيار التقارب *Convergence Criterion*

إن طرق التحليل غير الخطي التي تعتمد على أسلوب الزيادات والتكرار تحتاج الى معايير تحدد وصول الحل الى الدقة المطلوبة وعند ذلك تتوقف محاولات التكرار لفسح المجال لإضافة زيادة أخرى للأحمال. اما اذا حصل تباعد عن المسار المطلوب اثناء التكرار فإن محاولات التكرار المحددة مسبقاً سوف تستنفذ من دون الوصول الى الدقة المطلوبة . ويتم التوقف عن الاستمرار بالحل أو إضافة الاحمال <sup>(١٤)</sup>.

يقدم برنامج *ANSYS* عدد من الخيارات في تعيين معايير التقارب. إذ يمكن أن يتم الاعتماد في تحقيق التقارب على القوى أو الإزاحات أو على الاثنين معاً، بالإضافة الى أن لكل منهما مقدراً للتفاوت المسموح به للتقارب. يعتمد برنامج *ANSYS* صيغ معايير التقارب الآتية:

$$\|\{R\}\|_{\infty} = \max |R_i| \quad \text{١- المعيار اللانهائي (Infinite)}$$

$$\|\{R\}\|_{L_1} = \sum |R_i| \quad \text{٢- المعيار } L_1$$

$$\|\{R\}\|_{L_2} = \sqrt{\sum (R_i)^2} = \sqrt{\{R\}^T \{R\}} \quad \text{٣- المعيار } L_2$$

إذ أن المعيار اللانهائي هو القيمة العظمى في متجه القوى غير المتوازنة ( $R = F^u$ ) أو القيمة العظمى في متجه الزيادة في الازاحة ( $R = \Delta\delta$ ) ، أما المعيار  $L_1$  فهو مجموع القيم المطلقة للقوى غير المتوازنة أو الزيادة في الازاحة ، في حين ان المعيار  $L_2$  هو الجذر التربيعي لمجموع مربعات القوى غير المتوازنة أو الزيادة في الازاحة، ويطلق عليه ايضاً معيار اقليدس (*Euclidean norm*). وتم في هذه الدراسة الاعتماد على المعيار  $L_2$  للقوة و الازاحة ، ويحصل التقارب عندما يتحقق ما يأتي :

$$\|\{\Delta\delta\}\|_{L_2} \leq T_n^{\delta} \|\{\delta\}\|_{L_2} \quad (٤-٣٢)$$

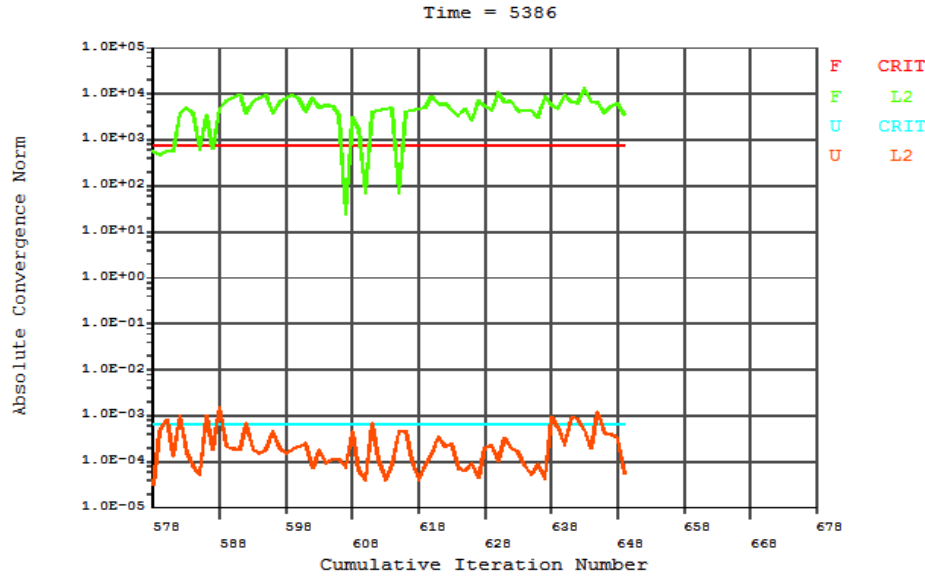
$$\|\{F^u\}\|_{L_2} \leq T_n^F \|\{F^j\}\|_{L_2} \quad (٤-٣٣)$$

حيث ان:

$T_n^{\delta}$  : مقدار التفاوت المسموح به للإزاحات

$T_n^F$  : مقدار التفاوت المسموح به للقوى

في الدراسة الحالية استخدم مقدار التفاوت المسموح به للقوة في المعيار  $L^2$  مساويا الى ٠,٥% ، إذ أنّ هذه القيمة ملائمة في اغلب الحالات (مثل تحليلات العتبات تحت الاحمال الساكنة)، كما استخدم المعيار  $L^2$  في تدقيق تقارب الإزاحات بمقدار تفاوت مسموح به ٥% بالإضافة الى تدقيق تقارب القوى <sup>(٩٨)</sup>.



شكل (4 - 22): معيار التقارب  $L_2$  للقوة والإزاحة

### Search Line

### ٨,٤ خط البحث

تقنية خط البحث هي أكثر التقنيات العددية المستخدمة لتحقيق الأمثلية في الحل ، وقدم هذه التقنية (Schweizerhof) و (Wriggers) <sup>(١١٥)</sup>. ويمكن أن تستخدم مع أوسع إجراءات الحل التكراري ، وأحدى اتجاهاتها هو في تحسين طريقة نيوتن - رافسون في إيجاد متجه الإزاحة  $\{\delta\}$  وذلك بقياس المتجه بواسطة قيمة عددية تعرف بمعامل الخط الباحث .

في بعض حالات الحل ، عندما يتم استعمال كامل قيمة الزيادة في الإزاحة  $\{\Delta\delta\}_i$  يؤدي ذلك الى عدم إستقرار الحل ، لذلك تدخل قيمة الخط الباحث لتحسين التقارب في توازن الحل ، فعندئذ تعدل المعادلة (٢٦ - ٤) لتأخذ صيغتها الآتية <sup>(٩٧)</sup> :

$$\{\delta\}_i = \{\delta\}_{i-1} + S_i \{\Delta\delta\}_i \quad (٤ - ٣٤)$$

إذ :

$S_l$  : معامل خط البحث ( $0.05 < S_l < 1.0$ ) .

ويحسب معامل خط البحث تلقائياً من خلال طاقة النظام الصغرى ، الذي يخفض لإيجاد القيمة الصغرى للمعادلة اللاخطية :

$$g_s = \{\Delta\delta\}_i^T (\{F^j\} - \{F^i(S_l\{\Delta\delta\}_i)\}) \quad (35 - 4)$$

إذ :

$g_s$  : إنحدارية الطاقة الكامنة (Gradient of Potential Energy) بدلالة  $S_l$  .

وعملية التكرار تستمر حتى تحقيق إحدى الحالات الاتية :

١-  $(g_s)$  أقل من  $(0.5g_o)$  : إذ  $(g_o)$  قيمة المعادلة  $(35 - 4)$  عند  $(S_l = 0)$  وباستخدام

$$\{F^i\}_{n-1} \text{ بدلاً } (F^i(S_l\{\Delta\delta\}_i)) .$$

٢-  $(g_s)$  لا تتغير بشكل كبير بين المحاولات التكرارية  $(g_s \approx 0)$  .

٣- أنجاز ستة محاولات تكرارية .

عندما تكون  $(g_o < 0)$  فعندئذ لا تجرى أية محاولة تكرارية ، والقيمة العددية المحسوبة لزيادة الازاحة  $\{\Delta\delta\}_i$  تستخدم لتحديث قيمة متجه الازاحة  $\{\delta\}_i$  في انجاز محاولة التوازن القادمة . ويمكن لتقنية الخط الباحث أن تدعم التقارب في الحل خصوصاً في حالات مسائل اللدونة ، وتؤخذ بنظر الاعتبار في حالات المسائل التي تدرس السلوك (الحمل - الازاحة) ، وكذلك عندما تظهر رسالة خطأ من قبل البرنامج ANSYS أو عندما يلاحظ تذبذب التقارب .

### Analysis Termination

### ٩, ٤ انتهاء التحليل

التحليل غير الخطي بطريقة العناصر المحددة للعتبات الخرسانية المسلحة تحت الاحمال الساكنة يجب ان يتضمن آلية لإيقاف التحليل عند الوصول الى الفشل. في التجارب العملية يحدث الفشل عندما يتوقف تسجيل أي احمال اضافية. وهذا يحدث في التحليل العددي عندما تستمر الزيادات التكرارية في الازاحة من دون الوصول الى التقارب في الحل . ولذلك فإنه من الضروري تعيين الية ملائمة لإيقاف التحليل.

في الدراسة الحالية، يتم انتهاء التحليل عند وصول المحاولات التكرارية لكل خطوة تحميل الى الحد الاقصى اذا لم يحصل التقارب في الحل، والحد الاقصى الذي تم استخدامه للمحاولات التكرارية هو (١٠٠).

كما يوفر برنامج ANSYS خيارات أخرى لإنهاء الحل منها تجاوز اكبر ازاحة في العقد في أي من الاتجاهات الثلاث ( $x, y, z$ ) لحد معين يجعل النموذج غير مستقر (ساكن)، وهذا يعني انهيار النموذج. وكذلك انتهاء الحل عندما تكون الزيادة في الحمل اقل من حد معين تراجع في وقت اخر .

### Modeling of Rectangular beam

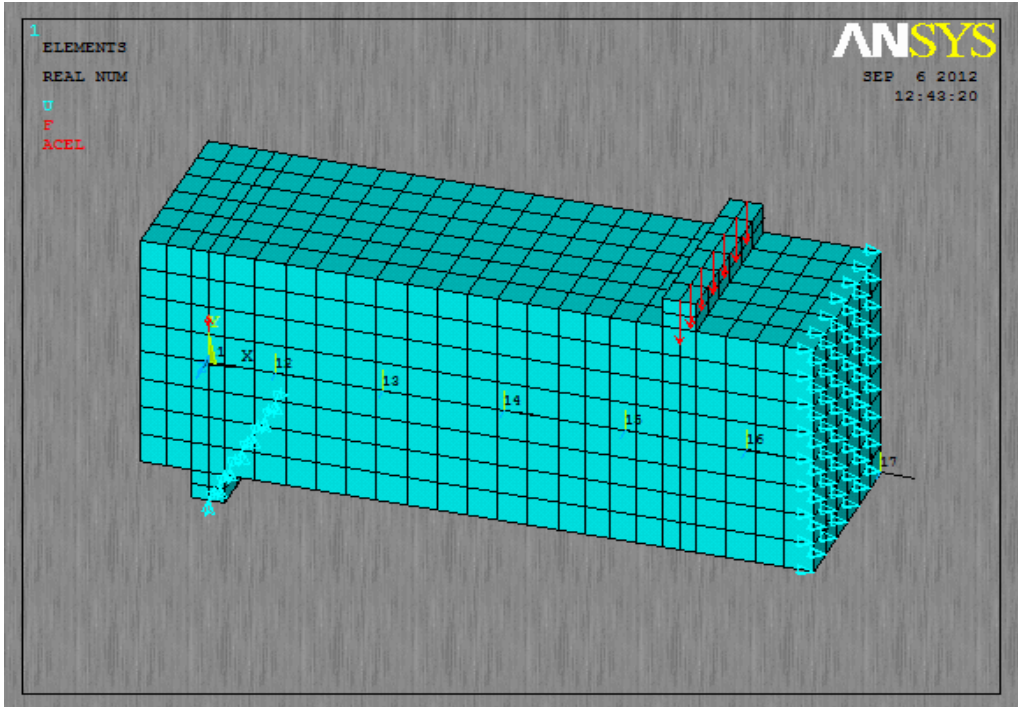
### ١٠,٤ نمذجة العتبة ذات المقطع المستطيل

### Creating Finite Elements )

### ١,١٠,٤ انشاء نموذج العناصر المحددة

### (Model)

تم استخدام نصف العتبة في انشاء النموذج الرياضي للعتبة الخرسانية ذات المقطع المستطيل بالاستفادة من تناظر العتبة، والتحميل، والمساند. في مستوي التناظر، تم تقييد الإزاحات في العقد في الاتجاه العمودي على هذا المستوي. بعد تكوين الشكل الهندسي للنموذج تم توليد شبكة من العناصر والعقد (Meshing). من خلال السيطرة على حجم وشكل العناصر قام برنامج (ANSYS) بتوليد الشبكة تلقائياً. وقد اشارت العديد من الدراسات الى أنَّ اصغر بعد في العنصر يثبت على اساس حجم الركام الخشن المستخدم<sup>(١١٦)</sup>. لذلك تم استخدام العنصر الطابوقي (Solid 7٥) بأبعاد (٢٥mm) في انشاء النموذج الرياضي، وهذا البعد اكبر من المقاس الاقصى للركام المستخدم في التجارب العملية كما هو موضح في الشكل (٤ - ٢٣) إذ كان العدد الكلي للعناصر في العتبة بالطول الكامل (Solid 7٥) ، (Solid ٤٥) ، (Link٨) هو (٢٤٠٠) ، (٤٨) ، (٣٦٠) على التوالي.

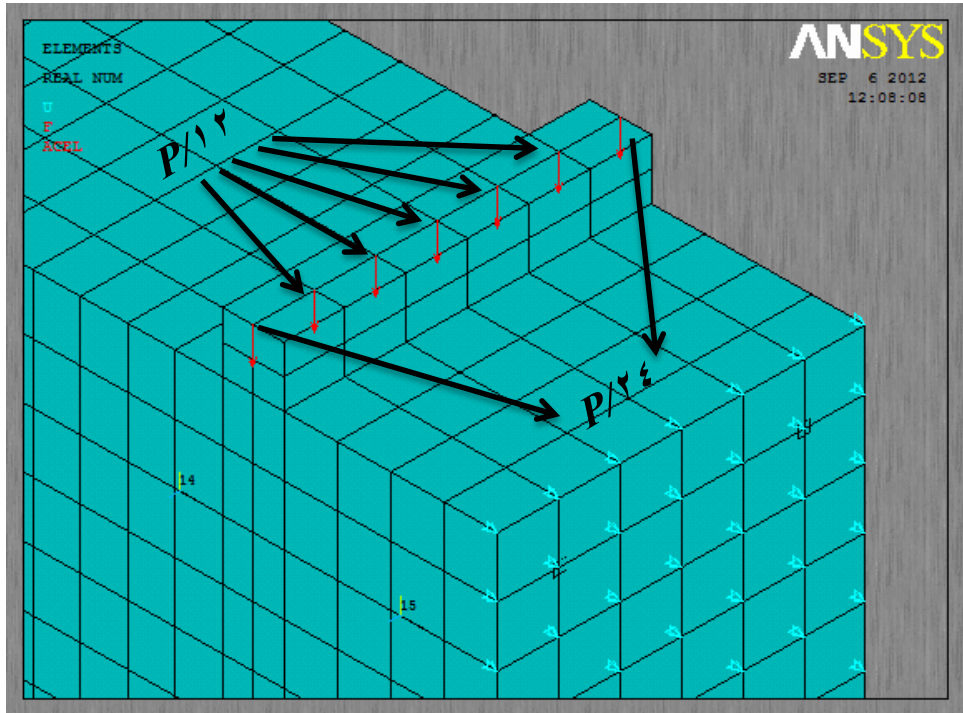




شكل (4 - 23): النموذج الرياضي للعتبة المستخدم في البرنامج

#### 2.10.4 تعريف الاحمال والشروط الحدية Define Loads and Boundary (Conditions)

يوضح الشكل (٤-٢٢) الاحمال المسلطة وصفيحة التحميل لنموذج العتبة الخرسانية المعتمدة في الدراسة، إذ تم تمثيل صفيحة تحميل حديدية باستخدام العنصر الطابوقي (٤٥ Solid)، ووضعت في موقع المسند ونقطة التحميل لتجنب مشاكل تركيز الاجهادات، إذ تقوم بتوزيع الحمل على نحو متساوٍ على كافة عقد العناصر الخرسانية المرتبطة معها بنفس العقد. بالإضافة الى ذلك تم تقييد الازاحة العمودية ( $\delta_y$ ) في كافة العقد التي تقع على الخط المركزي للصفيحة الحديدية عند المسند للسماح للصفيحة بالدوران، والازاحة باتجاه المحور الطولي ( $\delta_x$ ) مما يؤدي الى تحقيق الشروط الحدية للمسند المتحرك (Roller) الذي تم استخدامه في التجارب العملية. بسبب استخدام نصف العتبة فان الحمل المسلط هو نصف الحمل الكلي. يوضح الشكل (٤-٢٢) توزيع الحمل المسلط على العقد في صفيحة التحميل.



شكل (4 - 22): صفيحة التحميل ومقدار الأحمال المسلطة عليها

### ٣,١٠,٤ تعريف الثوابت الحقيقية للعناصر وخواص المواد

#### (Define Elements Real Constants and material properties)

لكل عنصر من العناصر المتوفرة في برنامج ANSYS خواص مادة وثوابت حقيقية مختلفة بعضها عن البعض ولهذا تم تعريف خواص المادة والثوابت الحقيقية لكل عنصر من العناصر التي تم استخدامها في الدراسة الحالية.

للعناصر التي لا يمكن تعريف أبعادها من خلال تعريف موقع العقد فيها تم تعريف الثوابت الحقيقية لها، فمثلاً تم إعطاء مساحة المقطع لحديد التسليح عن طريق تعريف الثوابت الحقيقية للعنصر (Link<sup>١</sup>)، كما تم تعريف نسبة حجم الألياف إلى الحجم الكلي للعنصر (Solid<sup>٦٥</sup>) وتعريف اتجاهها وإدخالها في الثوابت الحقيقية لهذا العنصر، مع ملاحظة أنه ليس بالضرورة أن يتطلب كل نوع من العناصر ثوابت حقيقية، ويمكن أن تكون ثوابت حقيقية مختلفة للنوع نفسه من العنصر.

تم إدخال تعريف خواص المواد مثل معامل المرونة ونسبة بواسون ومعامل انتقال القص وعلاقة الاجهاد- الانفعال وغيرها. كما تم تعريف خواص الخرسانة في البرنامج بالاعتماد على نتائج فحص الانضغاط وفحص شد الانشطار للنماذج الخرسانية التي تم صبها مع العتبة الخرسانية باستخدام الخلطة الخرسانية نفسها .

